Si les dieux jouaient au go, aux échecs et aux dames…

François Lorrain

碁

Imaginons un dieu qui aurait des capacités intellectuelles illimitées et qui jouerait au go, aux échecs, ou aux dames. Si deux dieux de cette sorte jouaient l'un contre l'autre, ils pourraient évidemment jouer une **partie parfaite**… Mais qu'est-ce qu'une partie parfaite, au juste ? On me répondra : une partie où chacun joue toujours les **meilleurs coups**. Comment définir cette notion de « meilleur coup », cependant ? Dans ces jeux, existe-t-il, *en toute circonstance*, au moins un meilleur coup ? Si oui, comment un dieu pourrait-il s'y prendre pour le déterminer ? C'est tout cela que je veux clarifier ici.

Parlons d'abord du jeu de go.

Combien y a-t-il de positions différentes au go ? Chacun des 361 points du tablier pouvant être noir, blanc ou libre, le nombre de dispositions possibles de pierres sur le jeu peut être obtenu en multipliant 3 par 3, par 3, et ainsi de suite, 360 fois. Ce nombre peut s'écrire comme ceci : 3^{361}. C'est un nombre immense. Bien entendu, plusieurs de ces dispositions de pierres contiennent des groupes sans liberté, ce qui n'est pas permis au go. Le nombre de dispositions permises est donc plus petit que 3^{361}. Peu importe sa valeur exacte ; retenons seulement que *le nombre d'états possibles du jeu est fini* (c'est-à-dire qu'il n'est pas infini). Notre dieu, donc, pourrait facilement les visualiser tous simultanément.

Combien y a-t-il de parties de go possibles ? Il doit y en avoir beaucoup plus que de dispositions de pierres possibles. Par exemple, sur un tablier 1×2, seules 5 dispositions distinctes sont permises, alors que 21 parties différentes sont possibles (sous les règles néo-zélandaises).

Comment calculer le nombre de parties possibles sur un tablier 19×19 ? Une chose est certaine, d'abord, ce nombre n'est pas infini. En effet, la règle des éternités (dont il existe plusieurs variantes) interdit, grosso modo, de jouer un coup qui ramène la partie à un état du jeu qui s'est déjà produit antérieurement. Comme il n'y a qu'un nombre fini d'états possibles, une partie ne peut pas durer plus qu'un certain nombre maximum de coups. Il s'ensuit que les parties possibles sont en nombre fini. Avec un effort minime, notre dieu pourrait s'en faire la liste complète. Il ferait de même pour d'autres jeux, comme les échecs et les dames.

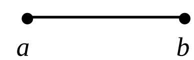
Dans mon prochain article, je vous montrerai une façon d'estimer, très approximativement, le nombre de parties possibles au go, aux échecs et aux dames. C'est intéressant.

Revenons à notre dieu. Il a en tête toutes les parties de go possibles. À chaque moment de la partie, il devrait donc pouvoir choisir le meilleur coup. Qu'est-ce que *le meilleur coup* ?

DÉFINITION. *Les meilleurs coups* pour un camp donné dans une position donnée, sont les coups qui, à supposer que l'adversaire joue par la suite toujours lui aussi ses meilleurs coups, donnent le meilleur résultat final.

Cette définition peut sembler obscure, mais il est difficile de la formuler autrement. L'exemple qui suit vous permettra de bien la comprendre.

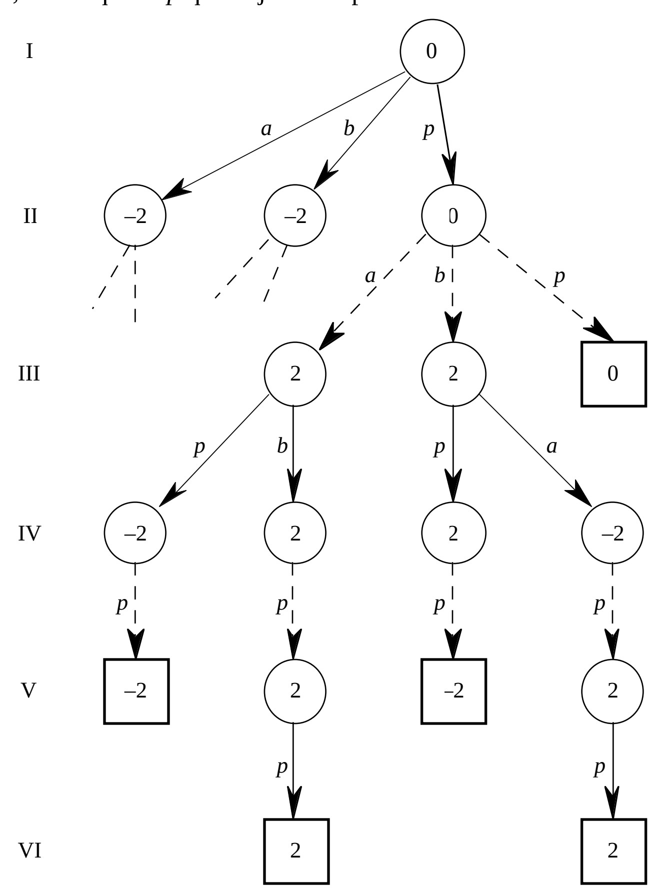
Nous allons étudier le go sur un tablier 1×2. Ce tablier n'a que deux points, que j'ai nommés *a* et *b* :



La figure ci-dessous représente quelques-unes des parties possibles sur ce tablier, sous les règles néo-zélandaises. (Je vous parlerai une autre fois de ces règles. Ce sont des règles de type chinois, où l'on compte comme points de territoire les points occupés par des pierres vivantes, ainsi que les points encerclés par ces pierres, sans s'occuper des prisonniers. Il n'est pas nécessaire de connaître ces règles pour comprendre ce qui suit.)

Les flèches continues représentent des coups noirs, les flèches pointillées des coups blancs. Les cercles représentent des états du jeu intermédiaires, les carrés des états du jeu finaux (c'est-à-dire des parties finies). On appelle *arborescence* cette sorte de structure.

L'étiquette *a* sur une flèche indique que le coup a été joué sur le point *a*, l'étiquette *b* que le coup a été joué sur le point *b*, et l'étiquette *p* que le joueur a passé.



Dans chaque *carré* j'ai inscrit le résultat final : 2 indique que Noir gagne de 2 points, –2 que Noir perd de 2 points, 0 que la partie est nulle, etc. *Je vais maintenant expliquer les valeurs que j'ai inscrites dans les* cercles *de l'arborescence.*

Voyons comment on peut s'y prendre pour trouver tous les meilleurs coups. Il suffit de parcourir l'arbre de bas en haut, étage par étage, de la manière suivante.

À l'étage VI de la figure, toutes les parties sont terminées et il n'y a rien à décider.

À l'étage V, deux parties ne sont pas finies, mais elles auront inévitablement un résultat final de 2 points (pour Noir). C'est pourquoi j'ai mis des 2 dans les deux cercles de l'étage V.

À l'étage IV, les résultats sont tous prédéterminés, d'où les valeurs inscrites dans les cercles de l'étage IV.

À l'étage III, des choix s'offrent à Noir : il choisira le plus profitable des deux coups permis qui s'offrent à lui — d'où les valeurs 2 inscrites dans les deux cercles de l'étage III.

Quelle valeur mettre dans le cercle de droite de l'étage II ? Blanc doit choisir parmi les trois coups permis à ce stade ; il choisit le plus favorable pour lui : celui qui donne une partie nulle. C'est pourquoi j'ai inscrit la valeur 0 dans le cercle de droite de l'étage II.

Les deux cercles de gauche de l'étage II sont les sommets de deux sous-arborescences non dessinées dans la figure : celles qui résultent quand Noir joue son premier coup en *a* ou *b* au lieu de passer. Ces deux coups sont mauvais pour Noir : si on examinait de bas en haut les sous-arborescences manquantes, on trouverait que, si par la suite Blanc joue toujours les meilleurs coups, Noir perd nécessairement de 2 points, d'où les valeurs –2 inscrites dans les deux cercles de gauche du niveau II.

Au niveau I (avant le premier coup de Noir au début de la partie), Noir choisira celui des trois coups permis qui est le meilleur pour lui : il passera son tour, ce qui donnera une partie nulle. D'où la valeur 0 inscrite au niveau I.

Si deux personnes jouent au go sur un tablier 1×2 et connaissent l'arborescence complète de toutes les parties possibles sur ce tablier, alors elles peuvent en toute circonstance jouer les meilleurs coups. Si elles jouent ainsi, *leur partie se terminera toujours avec le même résultat* : partie nulle ! Cette partie serait d'ailleurs fort ennuyeuse et serait toujours la même : Noir passe, Blanc passe, et c'est tout !

En théorie, on peut appliquer les mêmes idées à des tabliers plus grands que 1×2. En effet, comme les échecs et les dames, le go, sur un tablier fini quelconque, est un « jeu à information parfaite » : chaque joueur connaît l'état du jeu à chaque instant. De plus, pour ces trois jeux, l'arborescence complète de toutes les parties possibles, bien qu'immense, est finie. Notre dieu pourrait, en partant du bas de l'arborescence, déterminer d'étage en étage la *valeur de chaque coup* — c'est-à-dire le résultat final que ce coup entraînerait, à supposer que les deux joueurs jouent leurs meilleurs coups par la suite. Au go la valeur d'un coup est un entier positif, négatif ou nul ; sur le tablier standard, par exemple, la valeur d'un coup sous des règles de type chinois (telles que les règles néo-zélandaises) peut varier de –361 à 361. Aux échecs et aux dames, trois valeurs seulement sont possibles : –1 (les blancs perdent), 0 (partie nulle) et 1 (les blancs gagnent).

Notre dieu ayant déterminé la valeur de chaque coup, il pourrait ensuite identifier instantanément *le ou les meilleurs coups qui s'offrent aux joueurs, à tout moment d'une partie quelconque.*

Une conséquence intéressante s'ensuit :

Au go, aux échecs et aux dames, les parties parfaites (celles où les deux camps jouent toujours les meilleurs coups du début à la fin) *ont toutes le même résultat final !*

Le résultat de toute partie parfaite est déterminé à l'avance !

Par contre, les parties parfaites elles-mêmes ne sont pas nécessairement déterminées à l'avance. Elles peuvent être très différentes les unes des autres, bien qu'elles aient toutes le même résultat final. Au go, par exemple, sur un tablier 19×19 (contrairement au tablier 1×2), il y a bien des situations où il existe plusieurs meilleurs coups : des coups qui, bien que différents, donnent à la fin le même bilan territorial optimal.

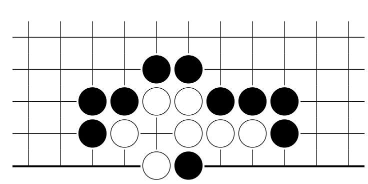
Aux échecs, seules deux possibilités sont vraisemblables : ou bien toutes les parties parfaites se terminent par une victoire des blancs, ou bien elles se terminent toutes en nulle. Certains experts, comme le maître québécois Jacques Labelle, penchent vers la seconde hypothèse.

Qu'en est-il du jeu de dames ? Je le connais moins bien que les échecs. Si les experts sont d'avis que le trait constitue un avantage décisif, alors on pourrait avancer l'hypothèse que, dans une partie de dames parfaite, les blancs gagneraient toujours.

Quel serait le résultat d'une partie de go parfaite sur un tablier 19×19 ? Certainement pas la nulle comme sur le tablier 1×2. Qu'en disent les experts ? N'étant pas des dieux, ils ne peuvent certes rien affirmer avec absolue certitude à ce sujet. La plupart d'entre eux estiment à 6 ou 7 points la valeur du premier coup de Noir. En d'autres mots, selon eux, le résultat d'une partie parfaite serait de 6 ou 7 points.

Cette estimation est celle des experts d'aujourd'hui. Il y a eu une époque où le premier coup de Noir était évalué à 4 ou 5 points. Cette évaluation a ensuite été haussée à 5 ou 6. Nous en sommes maintenant à 6 ou 7 et le dernier mot est loin d'avoir été dit sur cette question. ■

L'auteur est premier dan. Il est professeur de mathématiques au Collège Jean-de-Brébeuf, où il anime un club de go. Il a publié en 1998 le premier livre québécois sur le go, intitulé *Le go, le grand jeu de l'Orient*, disponible dans les principales librairies montréalaises. Courriel : `flor@cam.org`



Noir a le trait.
D'un coup calme il peut tuer la formation blanche.

(Réponse au prochain numéro.)